

Formalizm macierzy gęstości w opisie neutrin

Robert Szafron

(Instytut Fizyki, Uniwersytet Śląski)

20.04.2009 Wrocław

Plan seminarium

- 1 Wstęp
- 2 Proces produkcji
 - Prosty przykład konstrukcji macierzy gęstości
 - Rozpad mionu
- 3 Oscylacja neutrin oraz detekcja
 - Oscylacja
 - Detekcja
 - Możliwość rozróżnienia neutrin Diraca i Majorany
- 4 Podsumowanie

Standardowe podejście do oscylacji

W Modelu Standardowym neutrina oddziałują poprzez wymianę cząstek \mathbf{W} oraz \mathbf{Z} . Dla nas interesujące są prądy naładowane:

$$L_{CC} = \frac{e}{2\sqrt{2} \sin\theta_W} \sum_{\alpha,i} \bar{\nu}_i \gamma^\mu (1 - \gamma_5) U_{\alpha i}^* l_\alpha W_\mu^+ + h.c. \quad (1)$$

Takie oddziaływanie produkuje neutrina w następującym stanie:

$$|\nu_\alpha\rangle = \sum_{i=1}^3 U_{\alpha i}^* |\nu_i\rangle, \quad (2)$$

Kiedy powyższy opis przestaje być poprawny?

Dlaczego trzeba zmienić opis oscylacji neutrin?

Opis oscylacji neutrin z użyciem stanu:

$$|\nu_\alpha\rangle = \sum_{i=1}^3 U_{\alpha i}^* |\nu_i\rangle, \quad (3)$$

jest poprawny tylko w Modelu Standardowym, dla relatywistycznych neutrin. Poprawny opis oscylacji neutrin poza MS wymaga, by uwzględnić:

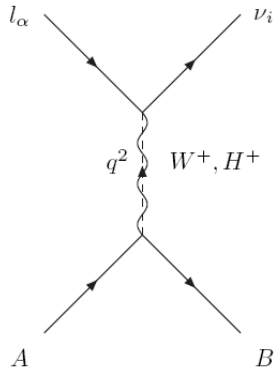
- pojawienie się oddziałujących neutrin prawoskrętnych (np. modele o symetrii lewo-prawo, niektóre rozszerzenia supersymetryczne),
- różne macierze mieszania w różnych wierzchołkach (np. modele z rozszerzonym sektorem Higgsa oraz grupą symetrii),
- oddziaływania neutrin poprzez prądy skalarne, wektorowe oraz tensorowe,
- zarówno naturę Diraca jak i Majorany,
- opis neutrin nierelatywistycznych.

Rozważany proces

Amplitudę na produkcję neutrin możemy obliczyć, jeśli znamy Lagrangian modelu, w którym pracujemy. Aby rozważyć pewną szeroką klasę modeli wprowadzamy Lagrangian efektywny.

Rozważmy proces:

$$l_\alpha + A \rightarrow \nu_i + B$$



Efektywny Lagrangian

$$\begin{aligned}
\mathcal{L}_{CC} = & -\frac{e}{2\sqrt{2}\sin\theta_W} \\
& \times \left\{ \sum_{\alpha,i} \bar{\nu}_i [\gamma^\mu(1 - \gamma_5)\epsilon_L^C U_{\alpha i}^{L*} + \gamma^\mu(1 + \gamma_5)\epsilon_R^C U_{\alpha i}^{R*}] l_\alpha W_\mu^+ \right. \\
& + \sum_{\alpha,i} \bar{\nu}_i [(1 - \gamma_5)\eta_L V_{\alpha i}^{L*} + (1 + \gamma_5)\eta_R V_{\alpha i}^{R*}] l_\alpha H^+ \\
& + \sum_{u,d} \bar{u} [\gamma^\mu(1 - \gamma_5)\epsilon_L^q U_{ud}^* + \gamma^\mu(1 + \gamma_5)\epsilon_R^q U_{ud}^*] d W_\mu^+ \\
& \left. + \sum_{u,d} \bar{u} [(1 - \gamma_5)\tau_L W_{ud}^{L*} + (1 + \gamma_5)\tau_R W_{ud}^{R*}] d H^+ \right\} \quad (4)
\end{aligned}$$

Konstrukcja macierzy gęstości

Obliczamy amplitudę na produkcję i -tego neutrina masowego o skrętności λ

- amplitudę obliczamy zgodnie z regułami Feynmana, używając efektywnego Lagrangianu (4),
- obliczenia przeprowadzamy w układzie środka masy.

Definiujemy macierz gęstości

$$\varrho^\alpha(\vec{p}; i, \lambda; k, \lambda') = \frac{1}{N_\alpha} \quad (5)$$

$$\times \sum_{\lambda_I, \lambda_A, \lambda_B} A_i^\alpha(\vec{p}, \lambda, \lambda_B; \lambda_I, \lambda_A) A_k^{\alpha*}(\vec{p}, \lambda', \lambda_B; \lambda_I, \lambda_A)$$

$$N_\alpha = \sum_{\lambda=\pm 1} \sum_{i=1}^3 \sum_{\lambda_I, \lambda_A, \lambda_B} |A_i^\alpha(\vec{p}, \lambda, \lambda_B; \lambda_I, \lambda_A)|^2 \quad (6)$$

Konstrukcja macierzy gęstości

Obliczamy amplitudę na produkcję i-tego neutrina masowego o skrętności λ

- amplitudę obliczamy zgodnie z regułami Feynmana, używając efektywnego Lagrangianu (4),
- obliczenia przeprowadzamy w układzie środka masy.

Definiujemy macierz gęstości

$$\varrho^\alpha(\vec{p}; i, \lambda; k, \lambda') = \frac{1}{N_\alpha} \quad (5)$$

$$\times \sum_{\lambda_I, \lambda_A, \lambda_B} A_i^\alpha(\vec{p}, \lambda, \lambda_B; \lambda_I, \lambda_A) A_k^{\alpha*}(\vec{p}, \lambda', \lambda_B; \lambda_I, \lambda_A)$$

$$N_\alpha = \sum_{\lambda=\pm 1} \sum_{i=1}^3 \sum_{\lambda_I, \lambda_A, \lambda_B} |A_i^\alpha(\vec{p}, \lambda, \lambda_B; \lambda_I, \lambda_A)|^2 \quad (6)$$

Macierz gęstości w MS

Jeśli założymy, że:

- 1 produkowane są tylko neutrino relatywistyczne (zaniedbujemy masę neutrin w amplitudach),
- 2 istnieją tylko oddziaływania wektorowe lewoskrętne (MS).

Wówczas macierz gęstości ma postać:

$$\varrho^\alpha(\vec{p}; i, \lambda; k, \lambda') = \delta_{-1, \lambda} \delta_{-1, \lambda'} U_{\alpha i}^* U_{\alpha k}, \quad (7)$$

która opisuje stan czysty:

$$|\nu_\alpha\rangle = \sum_{i=1}^3 U_{\alpha i}^* |\nu_i\rangle. \quad (8)$$

Macierz gęstości w MS

Jeśli założymy, że:

- 1 produkowane są tylko neutrina relatywistyczne (zaniedbujemy masę neutrin w amplitudach),
- 2 istnieją tylko oddziaływania wektorowe lewoskrętne (MS).

Wówczas macierz gęstości ma postać:

$$\varrho^\alpha(\vec{p}; i, \lambda; k, \lambda') = \delta_{-1, \lambda} \delta_{-1, \lambda'} U_{\alpha i}^* U_{\alpha k}, \quad (7)$$

która opisuje stan czysty:

$$|\nu_\alpha\rangle = \sum_{i=1}^3 U_{\alpha i}^* |\nu_i\rangle. \quad (8)$$

Transformacja do układu LAB

W celu opisanie procesu oscylacji oraz detekcji neutrin, konieczna jest transformacja macierzy gęstości do układu Laboratoryjnego. Operator statystyczny transformuje się jak iloczyn diadyczny stanów jednocząstkowych w bazie skrętności, dla których zachodzi:

$$U[\Lambda]|\vec{p}, s, \lambda\rangle = \sum_{\sigma} \mathbf{D}_{\sigma\lambda}^s \left(R_{Wi}^h \right) |\Lambda\vec{p}, s, \sigma\rangle \quad (9)$$

gdzie:

$$R_{Wi}^h = R^T(\varphi, \bar{\theta}, -\varphi) R_W R(\varphi, \theta, -\varphi), \quad (10)$$

jest obrotem Wignera dla stanów skrętności. Kąty φ oraz θ (φ oraz $\bar{\theta}$) są współrzędnymi w układzie sferycznym wektora przed: (\vec{p}), oraz po: ($\Lambda\vec{p}$) transformacji Lorentza.

Transformacja do układu LAB

Macierz gęstości transformuje się następująco:

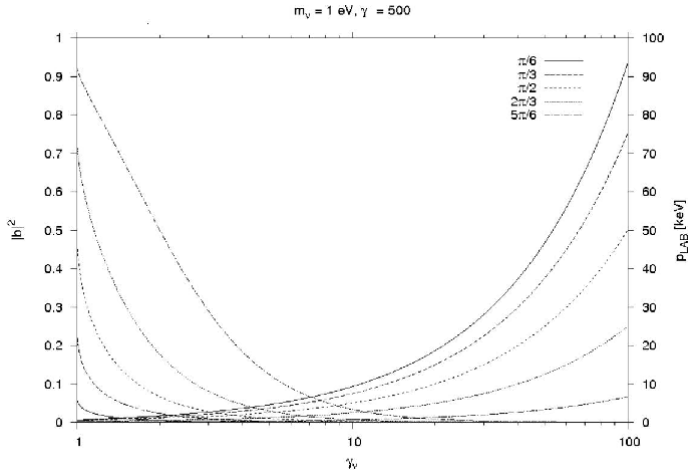
$$\varrho^\alpha(\vec{p}; i, \lambda; k, \lambda') \rightarrow \varrho^\alpha(\Lambda\vec{p}, i, \eta; k, \eta') = \quad (11)$$

$$\sum_{\lambda\lambda'} \mathbf{D}_{\eta\lambda}^{1/2}(R_{Wi}^h) \varrho^\alpha(\vec{p}, i, \lambda; k, \lambda') \mathbf{D}_{\eta'\lambda'}^{1/2*}(R_{Wi'}^h).$$

Wprowadźmy następującą parametryzację macierzy \mathbf{D} :

$$\mathbf{D}^{1/2}(R_{Wi}^h) = \begin{pmatrix} a & b \\ -b^* & a^* \end{pmatrix} \quad (12)$$

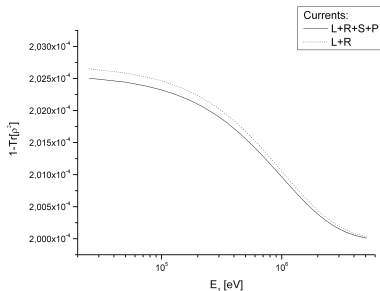
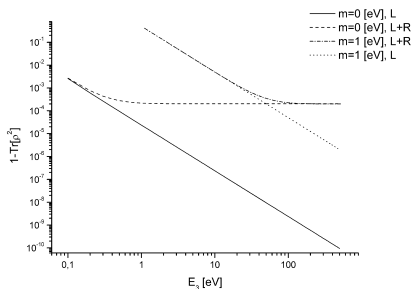
Transformacja do układu LAB



Układ kwantowy można opisywać wektorem stanu, gdy jest on w stanie czystym. Aby sprawdzić zasadność użycia macierzy gęstości, obliczamy:

$$\text{Tr}[(\varrho^\alpha)^2] = \sum_{\lambda i \lambda' k} \varrho^\alpha(\vec{p}, i, \lambda; k, \lambda') \varrho^\alpha(\vec{p}, k, \lambda'; i, \lambda) \quad (13)$$

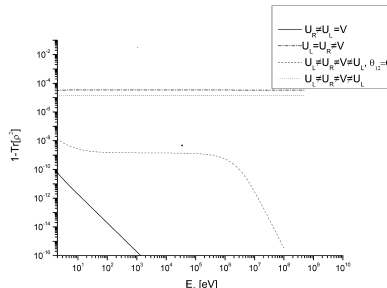
i sprawdzamy, jak bardzo powyższe wyrażenie różni się od jedności.



Przyczyny powstania stanu mieszanego

Neutrino nie są produkowane w stanie czystym, ponieważ:

- oddziaływania poza MS mogą produkować neutrino o różnej skrętności \rightarrow “mieszanie spinowe”,
- w różnych wierzchołkach mogą pojawiać się różne macierze mieszania \rightarrow “mieszanie masowe”.



Rozpad mionu

Rozpad mionu może służyć jako źródło neutrin w eksperymentach oscylacyjnych (*neutrino factory*). Najbardziej ogólna postać Hamiltonianu oddziaływania, niezmiennicza relatywistycznie, jest następująca:

$$\mathbf{H} = \frac{4G_F}{\sqrt{2}} \sum_{\delta, \varepsilon, \varepsilon'} \sum_{i, k=1}^3 [(g_{\varepsilon, \varepsilon'}^{\delta})_{i, k}^{\alpha, \beta} (\bar{l}_{\varepsilon, \alpha} \Gamma^{\delta} \nu_i) (\bar{\nu}_k \Gamma_{\delta} l'_{\varepsilon', \beta}) + h.c.] \quad (14)$$

gdzie:

$$(g_{\varepsilon, \varepsilon'}^{\delta})_{i, k}^{\alpha, \beta} = g_{\varepsilon, \varepsilon'}^{\delta} (U_{\varepsilon}^{\delta})_{\alpha, i} (U_{\varepsilon'}^{\delta})_{\beta, k}^* \quad (15)$$

Ograniczenia na parametry $g_{\epsilon\delta}^{\gamma}$

W literaturze można znaleźć następujące ograniczenia (PDG):

$$\left| \begin{array}{l} |g_{RR}^S| < 0,067 \\ |g_{RL}^S| < 0,088 \\ |g_{LR}^S| < 0,417 \\ |g_{LL}^S| < 0,550 \end{array} \right| \left| \begin{array}{l} |g_{RR}^V| < 0,034 \\ |g_{RL}^V| < 0,036 \\ |g_{LR}^V| < 0,104 \\ |g_{LL}^V| > 0,960 \end{array} \right| \left| \begin{array}{l} |g_{RL}^T| < 0.025 \\ |g_{LR}^T| < 0.104 \end{array} \right|$$

$g_{LL}^T = g_{RR}^T = 0$ z własności macierzy Γ^{γ} .

W Modelu Standardowym nie zerowy jest tylko współczynnik:

$$g_{LL}^V = 1.$$

Neutrino Majorany

W przypadku neutrin Majorany konieczna jest anty-symetryzacja amplitud:

$$A^M = A(\lambda_\mu, \lambda_e, \lambda_{\nu_i}, \lambda_{\nu_j}; p_i, p_j) - A(\lambda_\mu, \lambda_e, \lambda_{\nu_j}, \lambda_{\nu_i}; p_j, p_i).$$

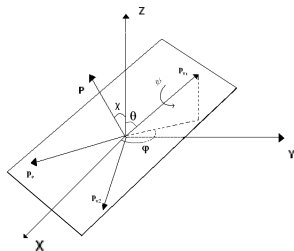
Prowadzi to do powstania członów interferencyjnych, w których efekty Nowej Fizyki mogą być liniowe, tzn. mogą pojawić się człony proporcjonalne np. do $g_{LL}^V g_{LL}^S$, których nie ma w przypadku neutrin Diraca.

Definicja Macierzy

Macierz gęstości definiujemy podobnie jak poprzednio, uśredniając po stopniach swobody, które nie dotyczą rozważanego neutrina.

$$\varrho(E, \theta, \varphi; i, \lambda; k, \eta) = \frac{1}{N_\mu} \int_0^{2\pi} d\psi \int_{E_{min}}^{E_{max}} dE_\nu \sum_{\lambda_\mu, \lambda'_\mu, \lambda_e, \lambda_\nu, j} A_{(\lambda_\mu, \lambda_e, \lambda_\nu, \lambda)}^{j,i}(E, \theta, \varphi; E_\nu, \psi) \varrho_{\lambda_\mu, \lambda'_\mu} A_{(\lambda'_\mu, \lambda_e, \lambda_\nu, \eta)}^{j,k,*}(E, \theta, \varphi; E_\nu, \psi)$$

Układ współrzędnych wybrany jest następująco:



Macierz gęstości w MS

Podobnie jak poprzednio, możemy obliczyć macierz gęstości w Modelu Standardowym.

Postać macierzy gęstości w MS:

$$\varrho(E, \theta, \varphi; i, \lambda; k, \eta) = \begin{pmatrix} \alpha(E, \theta, \varphi) U_{ei} U_{ek}^* & 0 \\ 0 & \beta(E, \theta, \varphi) U_{\mu i}^* U_{\mu k} \end{pmatrix},$$

gdzie:

$$\alpha(E, \theta, \varphi) = \frac{1}{N} \frac{d^3 \sigma(\lambda = +1)}{dE d\theta d\varphi}, \quad \beta(E, \theta, \varphi) = \frac{1}{N} \frac{d^3 \sigma(\lambda = -1)}{dE d\theta d\varphi}$$

$$N = \alpha + \beta.$$

Propagacja neutrin w próżni

Propagacja relatywistycznych neutrin w próżni jest opisana operatorem unitarnym:

$$U(\vec{L}, T) = \exp(-iHT + i\vec{P}\vec{L}), \quad (16)$$

zatem macierz gęstości w punkcie: (\vec{L}, T) dana jest przez:

$$\varrho(\vec{L}, T) = \exp(-iHT + i\vec{P}\vec{L})\varrho \exp(iHT - i\vec{P}\vec{L}). \quad (17)$$

Stosując standardowe przybliżenie $L = T$, otrzymamy:

$$\varrho(L) = \exp(-iHL)\varrho \exp(iHL). \quad (18)$$

Oscylacja koherentna i niekoherentna

Czy jeśli w modelu występuje więcej niż jedna macierz mieszania, to stan zapachowy wygląda następująco:

$$|\nu_\alpha\rangle = \sum_{i=1}^3 (aU_{\alpha,i} + \varepsilon V_{\alpha,i}) |\nu_i\rangle? \quad (19)$$

W ogólności nie. Sposób, w jaki należy dodawać macierze mieszania, zależy od oddziaływań. Jeśli amplitudy na dane rodzaje oddziaływań interferują, wówczas powyższy opis jest dobry. Jeśli jednak brak jest interferencji, to macierzy mieszania nie można dodawać w sposób koherentny. Wówczas, przykładowo, oscylacja neutrin prawoskrętnych i lewoskrętnych zadana jest przez inną macierz. W ogólności może występować więcej macierzy i konieczne jest użycie macierzy gęstości.

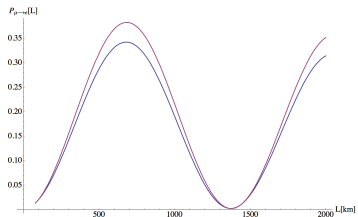
Oscylacja koherentna i niekoherentna

Jeśli amplitudy oddziaływań związane z macierzami U i V interferują można zapisać (w przybliżeniu) stan zapachowy:

$$|\nu_\alpha\rangle = \sum_{i=1}^3 (aU_{\alpha,i} + \varepsilon V_{\alpha,i}) |\nu_i\rangle. \quad (20)$$

W przeciwnym wypadku:

$$\varrho_\alpha = \sum_{i=1,j=1}^3 (|a|^2 U_{\alpha,i} U_{\alpha,j}^* + |\varepsilon|^2 V_{\alpha,i} V_{\alpha,j}^2) |\nu_i\rangle \langle \nu_j| \quad (21)$$

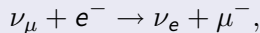


Proces detekcji

Przekrój czynny na detekcję dany jest przez:

$$\sigma(L) = \frac{p_f}{64\pi s p_i} \sum_{\text{spiny, masy}} \int dLips A(i, \lambda) \varrho(L; i, \lambda; k, \eta) A^*(k, \eta),$$

gdzie $A(i, \lambda)$ są amplitudami na detekcję i -tego neutrina masowego o skrętności λ . W naszym przypadku, jako proces detekcji przyjmniemy odwrotny rozpad mionu:



który będziemy parametryzować tym samym Hamiltonianem, co proces rozpadu.

Faktoryzacja

Standardowe podejście do oscylacji zakłada, że liczba rejestrowanych neutrin jest proporcjonalna do:

$$P(L) \times \sigma^D,$$

gdzie prawdopodobieństwo oscylacji $P(L)$ można obliczyć zupełnie niezależnie od przekroju czynnego na detekcję σ^D .

W podejściu z macierzą gęstości nie zawsze taka faktoryzacja zachodzi i możemy tylko obliczyć przekrój czynny w odległości L :

$$\sigma^D(L),$$

który zawiera już informację o oscylacji neutrin, jednak nie można z niego wydzielić czynnika $P(L)$.

Porównanie Dirac-Majorana

Przypadek neutrin Diraca

- macierze gęstości dla każdego z neutrin w ogólności są różne,
- efekty Nowej Fizyki są co najwyżej kwadratowe,
- ograniczenia na parametry Nowej Fizyki dobrze znane.

Przypadek neutrin Majorany

- ze względu na anty-symetryzację amplitud macierze dla obu neutrin są jednakowe,
- pojawiają się człony interferencyjne pomiędzy Nową Fizyką a MS \rightarrow pojawienie się członów liniowych w parametrach Nowej Fizyki,
- konieczne jest znalezienie nowych ograniczeń na parametry Nowej Fizyki.

Porównanie Dirac-Majorana

Przypadek neutrin Diraca

- macierze gęstości dla każdego z neutrin w ogólności są różne,
- efekty Nowej Fizyki są co najwyżej kwadratowe,
- ograniczenia na parametry Nowej Fizyki dobrze znane.

Przypadek neutrin Majorany

- ze względu na anty-symetryzację amplitud macierze dla obu neutrin są jednakowe,
- pojawiają się człony interferencyjne pomiędzy Nową Fizyką a MS \rightarrow pojawienie się członów liniowych w parametrach Nowej Fizyki,
- konieczne jest znalezienie nowych ograniczeń na parametry Nowej Fizyki.

Relacje pomiędzy amplitudami Diraca i Majorany

Używając tożsamości Fierza, można wyrazić amplitudy Majorany poprzez amplitudy Diraca, jeśli przyjąć:

$$(g_{LR}^S)^D_{i,k} \Leftrightarrow (g_{LR}^S)^M_{i,k} - \frac{1}{2}(g_{LR}^S)^M_{k,i} + \frac{3}{2}(g_{LR}^T)^M_{k,i}, \quad (22)$$

$$(g_{LL}^S)^D_{i,k} \Leftrightarrow (g_{LL}^S)^M_{i,k} + 2(g_{LL}^V)^M_{k,i}, \quad (23)$$

$$(g_{RR}^S)^D_{i,k} \Leftrightarrow (g_{RR}^S)^M_{i,k} + 2(g_{RR}^V)^M_{k,i}, \quad (24)$$

$$(g_{RL}^S)^D_{i,k} \Leftrightarrow (g_{RL}^S)^M_{i,k} - \frac{1}{2}(g_{RL}^S)^M_{k,i} + \frac{3}{2}(g_{RL}^T)^M_{k,i}, \quad (25)$$

$$(g_{RR}^V)^D_{i,k} \Leftrightarrow (g_{RR}^V)^M_{i,k} + \frac{1}{2}(g_{RR}^S)^M_{k,i}, \quad (26)$$

$$(g_{RL}^V)^D_{i,k} \Leftrightarrow (g_{RL}^V)^M_{i,k} + (g_{RL}^V)^M_{k,i}, \quad (27)$$

$$(g_{LR}^V)^D_{i,k} \Leftrightarrow (g_{LR}^V)^M_{i,k} + (g_{LR}^V)^M_{k,i}, \quad (28)$$

$$(g_{LL}^V)^D_{i,k} \Leftrightarrow (g_{LL}^V)^M_{i,k} + \frac{1}{2}(g_{LL}^S)^M_{k,i}, \quad (29)$$

$$(g_{LR}^T)^D_{i,k} \Leftrightarrow (g_{LR}^T)^M_{i,k} + \frac{1}{2}(g_{LR}^S)^M_{k,i} + \frac{1}{2}(g_{LR}^T)^M_{k,i}, \quad (30)$$

$$(g_{RL}^T)^D_{i,k} \Leftrightarrow (g_{RL}^T)^M_{i,k} + \frac{1}{2}(g_{RL}^S)^M_{k,i} + \frac{1}{2}(g_{RL}^T)^M_{k,i}. \quad (31)$$

Możliwość rozróżnienia neutrin Diraca i Majorany

W tabeli poniżej znajdują się przekroje czynne w jednostkach $10^{-45} m^2$ dla różnych parametrów:

Parametry	Pęd neutrina	Cząstka Diraca	Antycząstka Diraca	Suma	Cząstka Majorany	Różnica
1) $g_{LL}^V = 1$	R	1,7372	2,2751	4,0123	4,0123	0,00%
1) $g_{LL}^V = 1$	P	2,7141	1,8605	4,5746	4,5746	0,00%
1) $g_{LL}^V = 1$	A	7,0983	0,0000	7,0983	7,0983	0,00%
2) $g_{LL}^V = 1, g_{LL}^S = 0,5$	P	1,7368	2,2751	4,0119	3,4916	12,97%
2) $g_{LL}^V = 1, g_{LL}^S = 0,5$	R	2,7137	1,8598	4,5736	3,9810	12,96%
2) $g_{LL}^V = 1, g_{LL}^S = 0,5$	A	6,6807	0,0261	6,7068	6,1772	7,90%
3) $g_{LL}^V = 1, g_{RR}^S = 0,03$	R	1,7369	2,2747	4,0115	4,0128	-0,03%
3) $g_{LL}^V = 1, g_{RR}^S = 0,03$	P	2,7117	1,8588	4,5705	4,5726	-0,05%
3) $g_{LL}^V = 1, g_{RR}^S = 0,03$	A	7,0674	0,0001	7,0674	7,0739	-0,00%
4) $g_{LL}^V = 1, NP$	R	1,7330	2,2697	4,0027	3,9194	2,08%
4) $g_{LL}^V = 1, NP$	P	2,7070	1,8553	4,5623	4,4680	2,07%
4) $g_{LL}^V = 1, NP$	A	7,0725	0,0008	7,0733	6,9265	2,08%

$NP = \{g_{LL}^S = 0, 1, \text{ pozostałe parametry} = 0, 01\}$

Pęd neutrina: P-prostopadle, R-równoległe, A-antyrownoległe do kierunku wektora polaryzacji mionu.

Wnioski

- 1 Macierz gęstości pozwala na pełny opis neutrin, w szerokiej klasie modeli, które wykraczają poza MS.
- 2 Standardowy opis przestaje być poprawny w niektórych rozszerzeniach MS:
 - stan nie zawsze jest czysty,
 - nie zawsze można zdefiniować prawdopodobieństwo oscylacji.
- 3 Macierz gęstości nie koniecznie musi być używana do obliczeń związanych z oscylacją;
 - w pewnych okolicznościach można rozróżnić neutrina Diraca i Majorany.
- 4 Rozważania z użyciem macierzy gęstości mogą wskazać, gdzie najłatwiej będzie znaleźć sygnały Nowej Fizyki.

Literatura

- 1 M. Ochman, R. Szafron and M. Zralek, J. Phys. G **35** (2008) 065003 [arXiv:0707.4089 [hep-ph]].
- 2 J. Syska, S. Zajac and M. Zralek, Acta Phys. Polon. B **38** (2007) 3365.
- 3 F. del Aguila, J. Syska and M. Zralek, J. Phys. Conf. Ser. **136** (2008) 042027 [arXiv:0809.2759 [hep-ph]].
- 4 F. del Aguila, R. Szafron and M. Zralek, w przygotowaniu: New Physics, Dirac and Majorana neutrinos from muon decay
- 5 F. del Aguila, R. Szafron and M. Zralek, w przygotowaniu: Oscillation of neutrinos from muon decay